

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2023-2024

Prova scritta in aula del 17.06.2024

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

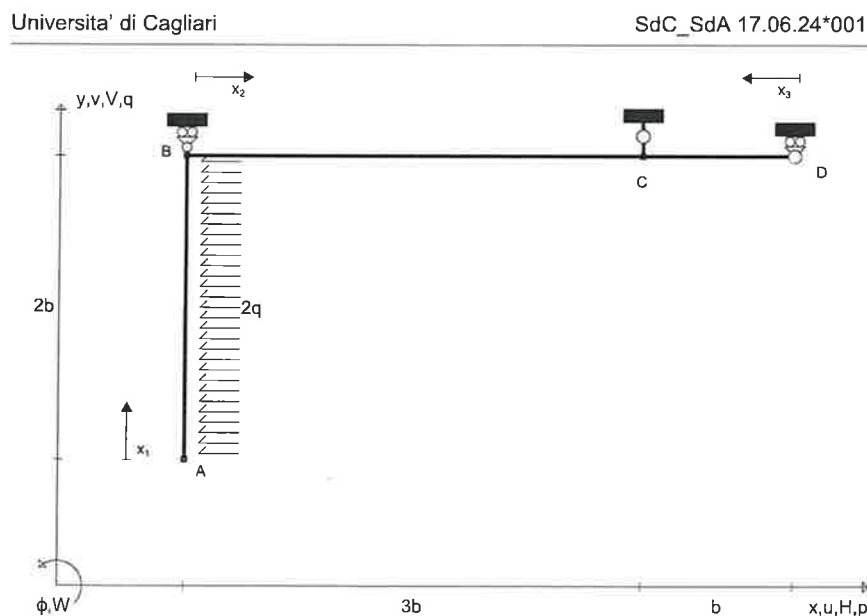
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C .

Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto D, ϕ_D .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. di compatibilità $\Delta\phi_C = 0$

Esercizio n. 2 (7 punti)

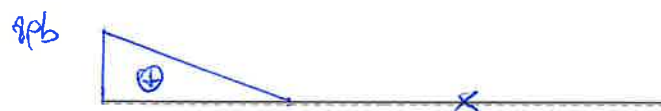
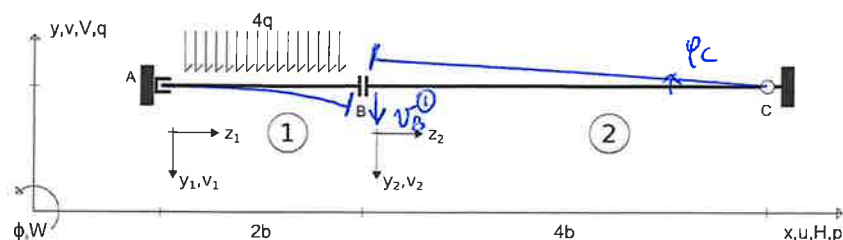
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto C , φ_C ;
4. Lo spostamento verticale relativo al corpo 1 del punto B , $v_B^{(I)}$.

Università di Cagliari

SdC_SdA 17.06.24*001



$\uparrow \oplus \downarrow$



$\oplus \ominus$

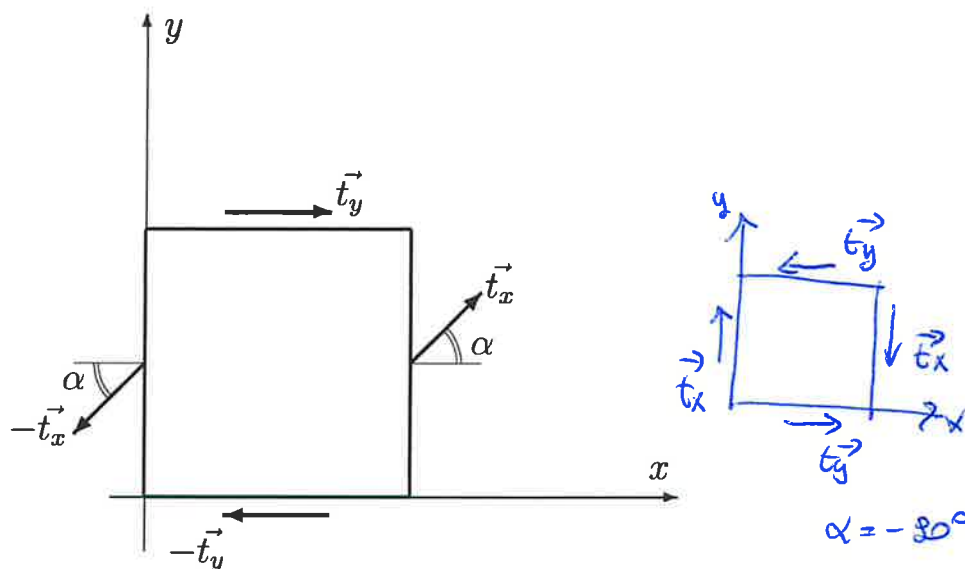
$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 8pb; & M_A (\oplus) &= 8pb^2; & H_C (\Rightarrow) &= 0; & V_C (\uparrow) &= 0; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 8pb - 4qz_1; & M_{AB} &= -8pb^2 + 8pbz_1 - 2qz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 0; \\
 \text{c.c in A} &= v_1(z_1=0) = 0; & v_1'(z_1=0) &= 0; & \text{c.c in B} &= v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0); \\
 & & \text{c.c in C} &= v_2(z_2=4b) = 0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{1}{EI} (4pb^2z_1^2 - \frac{4}{3}pbz_1^3 + \frac{1}{6}qz_1^4); & v_1'(z_1) &= \frac{1}{EI} (8pb^2z_1 - 4pbz_1^2 + \frac{2}{3}qz_1^3); \\
 v_2(z_2) &= \frac{1}{EI} (\frac{16}{3}pb^3z_2 - 64/3pb^4); & v_2'(z_2) &= \frac{1}{EI} (\frac{16}{3}pb^3); \\
 v_B^{(I)} &= \frac{8pb^4}{EI} (\downarrow); & \varphi_C &= \frac{16pb^3}{3EI} (\uparrow);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = -90^\circ$ (sicché; $\sin \alpha = -1$; $\cos \alpha = 0$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 75$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

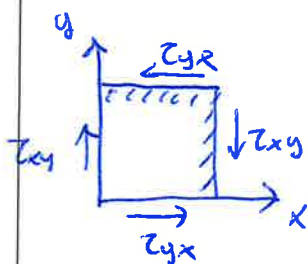
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$\sigma_x = 0,00$ (MPa); $\sigma_y = 0,00$ (MPa); $\tau_{xy} = -75,00$ (MPa);

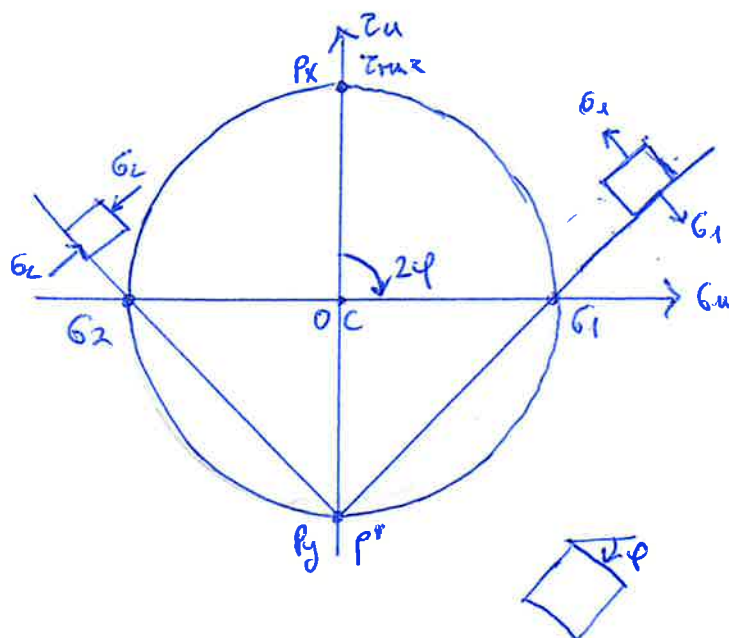
$\sigma_1 = 75,00$ (MPa); $\sigma_2 = -75,00$ (MPa); $\tau_{\max} = 75,00$ (MPa);

cerchio di Mohr:

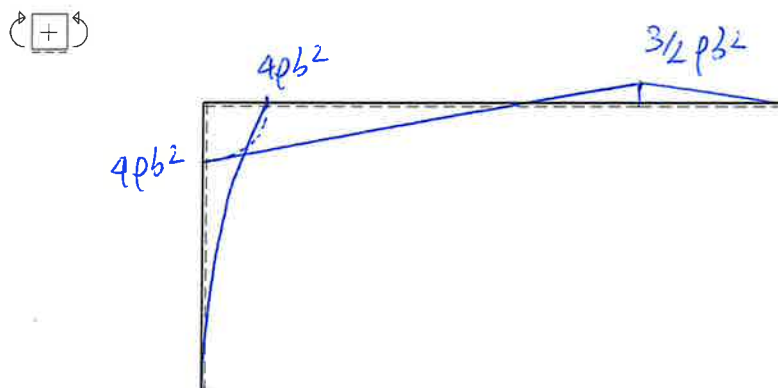
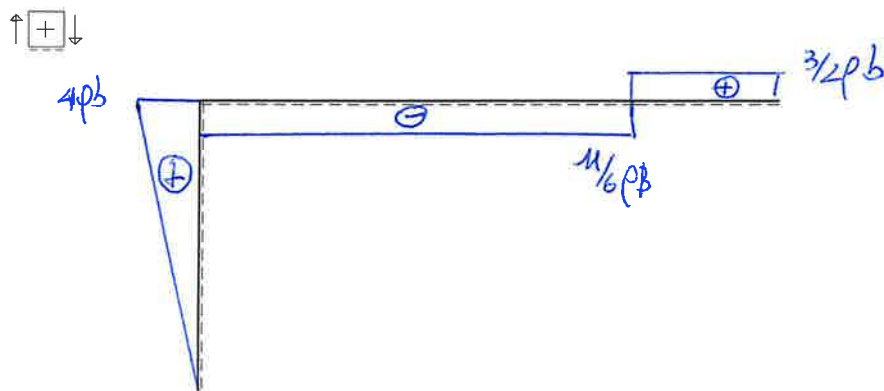
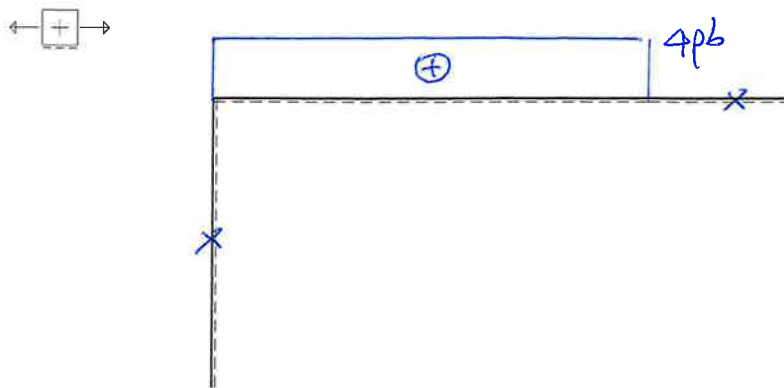


$P_x = (0,000; 75,000)$

$P_y = (0,000; -75,000)$



$\varphi = -45$ ($^\circ$);



$$\begin{aligned}
 V_B(\uparrow) &= -11/6 pb; H_C(\Rightarrow) = 4pb; V_C(\uparrow) = 10/3 pb; V_D(\uparrow) = -3/2 pb; M_C(\curvearrowright) = -3/2 pb^2; \\
 N_{AB} &= //; T_{AB} = 2px_1; M_{AB} = 0x_1^2; \\
 N_{BC} &= 4pb; T_{BC} = -11/6 pb; M_{BC} = 4pb^2 - 11/6 pbx_2; \\
 N_{DC} &= //; T_{DC} = 3/2 pb; M_{DC} = -3/2 pbx_3; \\
 \varphi_D &= -pb^3/4EI \quad (\uparrow)
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2023-2024

Prova scritta in aula del 17.06.2024

Parte II - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C , M_C .

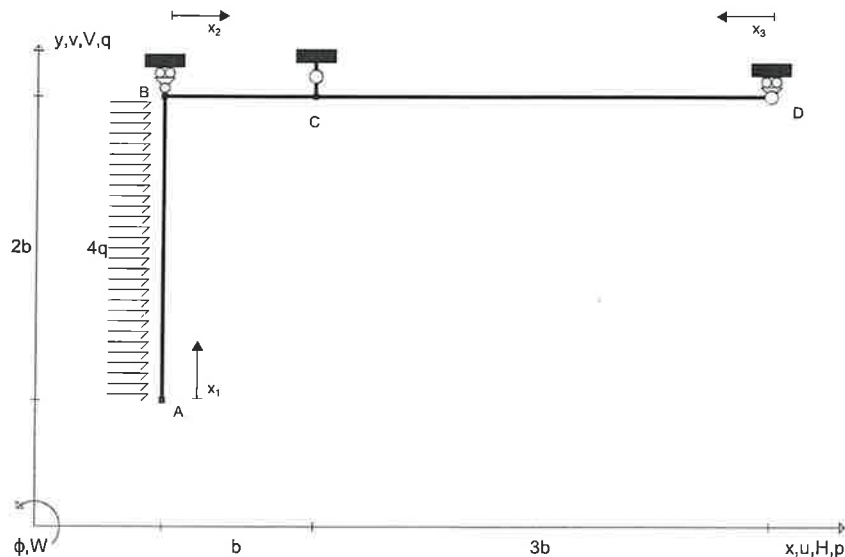
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto B , φ_B .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Università di Cagliari

SdC_SdA 17.06.24*002



ER. DI CONVENIENZA $\Delta\varphi_C = 0$

Esercizio n. 2 (7 punti)

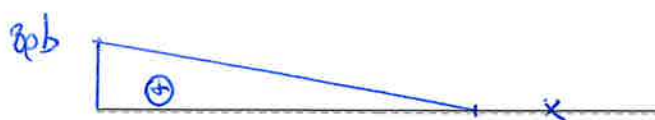
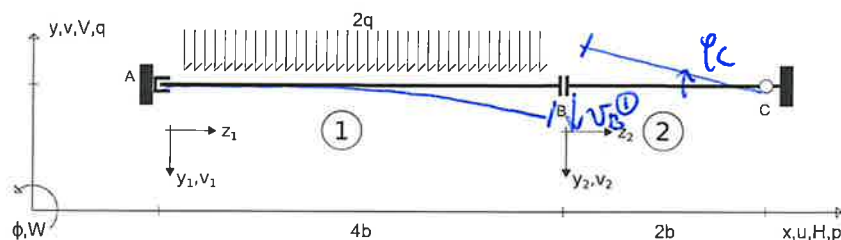
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

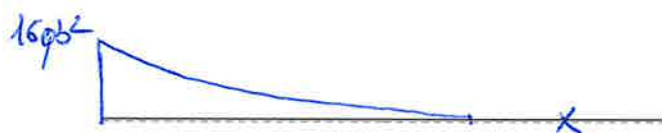
1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto C , φ_C ;
4. Lo spostamento verticale relativo al corpo 1 del punto B , $v_B^{(1)}$.

Università di Cagliari

SdC_SdA 17.06.24*002



$\uparrow \oplus \downarrow$



$\circ \oplus \circ$

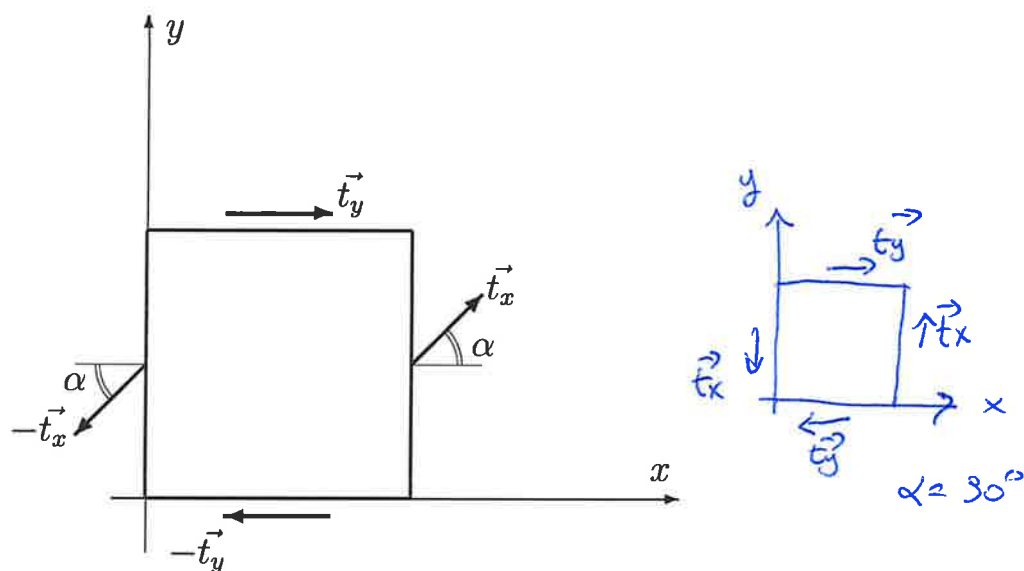
$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 8pb; & M_A (\circlearrowleft) &= 16pb^2; & H_C (\Rightarrow) &= 0; & V_C (\uparrow) &= 0; \\
 N_{AB} &= //; & T_{AB} &= 8pb - 2qz_1; & M_{AB} &= -16pb^2 + 8pbz_1 - qz_1^2; \\
 N_{BC} &= //; & T_{BC} &= x; & M_{BC} &= x; \\
 \text{c.c in A} &= v_1(z_1=0)=0; \quad v_1'(z_1=0)=0; & \text{c.c in B} &= v_1'(z_1=4b)=v_2'(z_2=0); \\
 \text{c.c in C} &= v_2(z_2=2b)=0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{1}{EI} (8pb^2z_1^2 - \frac{4}{3}qbz_1^3 + \frac{1}{12}pz_1^4); & v_1'(z_1) &= \frac{1}{EI} (16pb^2z_1 - 4pbz_1^2 + \frac{1}{3}pz_1^3); \\
 v_2(z_2) &= \frac{1}{EI} (\frac{64}{3}pb^3z_2 - \frac{128}{3}pb^2z_2^2); & v_2'(z_2) &= \frac{1}{EI} (64pb^2 - 128pbz_2); \\
 v_B^{(1)} &= \frac{128qb^4}{EI} (\downarrow); & \varphi_C &= \frac{64pb^3}{3EI} (\uparrow);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 90^\circ$ (sicché; $\sin \alpha = 1$; $\cos \alpha = 0$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 65$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

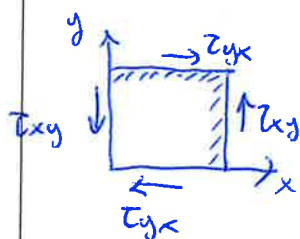
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = 0,00 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0,00 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 65,00 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 65,00 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -65,00 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 65,00 \text{ (MPa)};$$

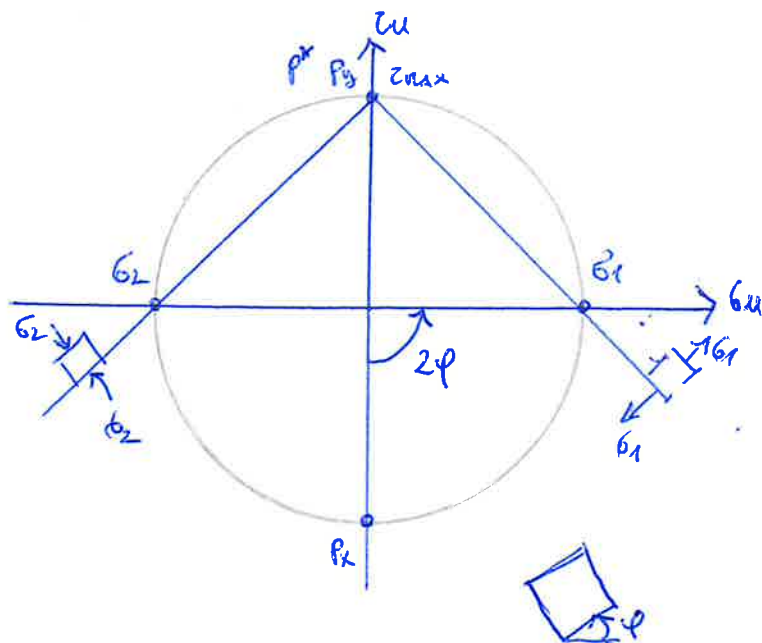
cerchio di Mohr:

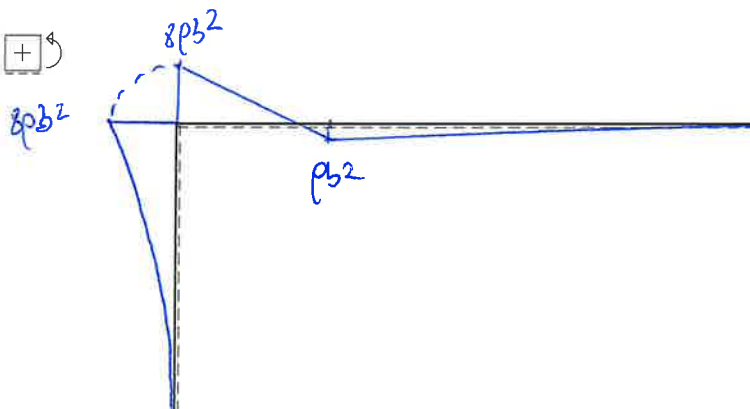
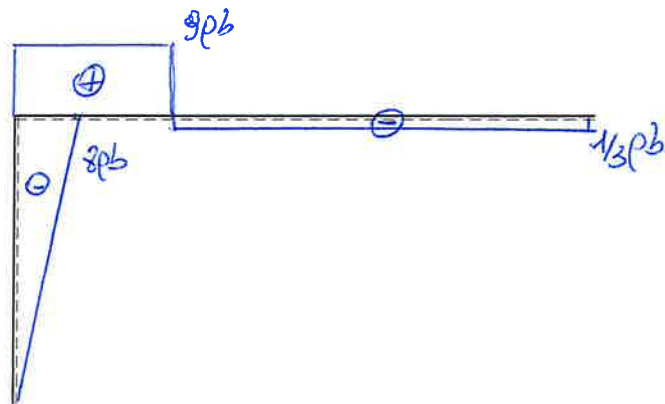
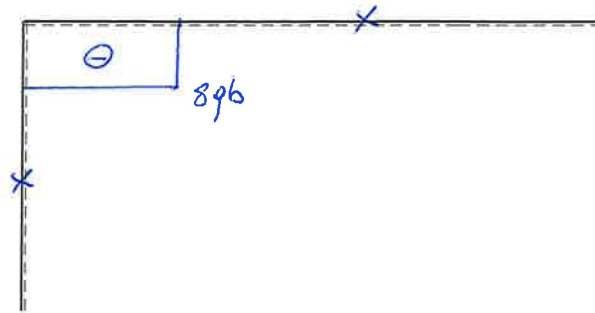
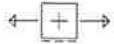


$$P_x = (0,00; -65,00)$$

$$P_y = (0,00; 65,00)$$

$$\varphi = 45 \text{ (}^\circ\text{)};$$





$$\begin{aligned}
 V_B(\uparrow) &= 8pb; & H_C(\Rightarrow) &= -8pb; & V_C(\uparrow) &= -\frac{28}{13}pb; & V_D(\uparrow) &= \frac{1}{3}pb; & M_C(\curvearrowright) &= pb^2; \\
 N_{AB} &= //; & T_{AB} &= -4pb; & M_{AB} &= -2pb^2; \\
 N_{BC} &= -8pb; & T_{BC} &= 8pb; & M_{BC} &= -8pb^2 + 8pbx_2; \\
 N_{DC} &= //; & T_{DC} &= -\frac{1}{3}pb; & M_{DC} &= \frac{1}{3}pbx_3; \\
 \varphi_B &= \frac{5pb^3}{2ED} \quad (\curvearrowleft);
 \end{aligned}$$